***Способы задания аффинных преобразований.***

Пусть  ‑ аффинное пространство над векторным пространством , и  ‑ репер в .

Рассмотрим способы задания аффинных преобразований .

1. Координатный способ:

Пусть



‑ координатное выражение  в репере . Предположим, что мы, в силу каких-то обстоятельств, вынуждены поменять координаты (перейти к другому реперу), и, при этом, формулы преобразования координат имеют вид: . Здесь  ‑ столбец старых координат, а  ‑ столбец новых координат. Тогда, выражая старые координаты образа и прообраза через новые, получим координатное выражение нашего отображения в новом репере:

, или

.

Заметим, что координатное выражение линейной части в новом базисе будет иметь вид:

.

Координатный способ задания аффинного преобразования состоит в следующем. Фиксируем репер . Выбираем невырожденную -матрицу , -столбец  и выписываем формулу

.

Считаем, что, если мы переходим к новому реперу и при этом формулы преобразования координат имеют вид , то формула преобразуется в формулу . Тогда формула вместе с правилом, как эта формула изменяется в зависимости от выбора репера, задает единственное аффинное преобразование, координатным выражением которого в репере  она является.

1. Задание аффинного преобразования «по равенству координат»:

**Утверждение 1**: Пусть  и . Существует единственное аффинное преобразование , переводящее репер  в репер , то есть , , где .

► Пусть в репере 

,  где . Возьмем аффинное преобразование , которое в репере  имеет координатное выражение

,

где .

Подсчитывая координаты образа точки , то есть координаты точки , убеждаемся что . Так же, подсчитывая координаты векторов , убеждаемся, что . Единственность следует из биективности соответствия аффинных преобразований и их координатных выражений в выбранном репере. ◄

Из утверждения 1 следует, что, чтобы задать аффинное преобразование достаточно взять два репера и положить: какой из них является образом другого.

Пусть вектор , то есть  имеет координатный столбец  в базисе . Пусть также  ‑ отображение из утверждения 1. Тогда

.

Это означает, что для аффинного преобразования  из утверждения 1 образ  вектора  в репере  имеет те же координаты, что и вектор  в репере . Отсюда и название аффинного преобразования  ‑ отображение «по равенству координат».

1. Еще один способ задания аффинных преобразований состоит в следующем.

**Утверждение 2.** Пусть  невырожденный линейный оператор, действующий в  (автоморфизм ), а  и  ‑ произвольные фиксированные точки аффинного пространства  над векторным пространством . Тогда

Тогда отображение  определено корректно и является аффинным. При этом , а =.

► Для доказательства достаточно выписать координатное выражение  в репере , где  ‑ произвольный базис .◄